

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

Аннотация. Рассматривается распространение периодического гидродинамического возмущения в пористом пласте, когда движение жидкости подчиняется неравновесному закону фильтрации. Определен вклад модельных временных параметров в релаксационные процессы. Выявлено появление экстремумов амплитуд давления при прохождении границы областей с различными гидропроводностями через точку наблюдения.

Ключевые слова: нелинейные среды, проницаемость, гидропроводность, фильтрационные волны давления, спектры.

Abstract. The periodic hydrodynamic perturbation evolution in porous media is considered under nonequilibrium liquid filtration. The temporal model parameters contribution in relaxation has determined. The pressure amplitude extremums existence have established in borders of various hydroconductivity zones passing through the observation point.

Keywords: nonlinear media, permeability, hydroconductivity, filtrational pressure waves, spectrum.

Одним из эффективных способов исследования пористых нефтеводонасыщенных пластов является метод фильтрационных волн давления (ФВД) [1, 2]. В последнее время интерес к использованию этого метода растет, поскольку нестационарное гидродинамическое воздействие на пласты стало служить не только средством контроля, но и средством повышения нефтеотдачи, а использование современных информационных технологий и средств автоматизации позволило разрешить технические проблемы в организации натурных экспериментов. Особый интерес представляет использование метода фильтрационных волн давления в условиях трещиновато-пористых коллекторов, когда непрерывные изменения локальных градиентов давления интенсифицируют массообмен в системе блоки – трещины. В этом случае формальное использование линейного подхода к описанию систем может привести к некорректным интерпретациям значений фильтрационных параметров пластов. Ведь именно в трещиновато-пористых средах становится важным учет нелинейных гидродинамических эффектов [3]. Также влияние нелинейности может быть важным при рассмотрении фильтрации в пористых терригенных коллекторах в условиях значительных изменений давления в пластах. Целью данной работы является выявление отличий и особенностей распространения волн давления в нелинейных средах по сравнению с линейными.

Решение задачи о распространении периодических волн давления в нелинейных средах для случая однородного и изотропного пласта постоянной толщины при наличии системы вертикальных скважин заключается в решении уравнения пьезопроводности [1, 4] (уравнения типа теплопроводности) с постоянным коэффициентом пьезопроводности χ в цилиндрической системе координат

$$\frac{\chi}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1)$$

с граничным условием для расхода жидкости на возмущающей скважине вида

$$q(t) = q_0 + \sum_{n=1}^{\infty} q_n \cos(\omega_n t - \delta_n). \quad (2)$$

Далее из гидродинамического эксперимента методом Фурье-анализа для каждой отдельной гармоники колебаний расхода и давления рассчитываются разности фаз колебаний между давлением на забое возмущающей скважины и расходом на ней же (δ_{cn}), а также разности фаз между давлением на реагирующей скважине и расходом на возмущающей скважине (Δ_{cn}), измеряются амплитуды давлений на возмущающей P_{cn} и реагирующей скважинах, расхода на возмущающей скважине – q_n . Из фазового соотношения

$$\delta_{cn} = \arctg \frac{Ker_0 X_{cn} Kei_1 X_{cn} - Kei_0 X_{cn} Ker_1 X_{cn}}{Ker_1 X_{cn} Ker_0 X_{cn} + Kei_1 X_{cn} Kei_0 X_{cn}} - \frac{\pi}{4} \quad (3)$$

вычисляется значение безразмерного параметра $X_{cn} = r_c (\omega_n / \chi)^{1/2}$ и находится параметр гидропроводности ϵ в ближней для задающей колебания скважины зоне пласта

$$\epsilon = \frac{q_n}{2\pi P_{cn} X_{cn}} \left[\frac{Ker_0^2 X_{cn} + Kei_0^2 X_{cn}}{Ker_1^2 X_{cn} + Kei_1^2 X_{cn}} \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Далее по разности фаз

$$\Delta_n = \arctg \frac{Ker_0 X_n Kei_1 X_{cn} - Ker_1 X_{cn} Kei_0 X_n}{Ker_1 X_{cn} Ker_0 X_n + Kei_1 X_{cn} Kei_0 X_n} + \frac{3\pi}{4} \quad (5)$$

определяется безразмерный параметр для межскважинного пространства $X_n = r (\omega_n / \chi)^{1/2}$, находится значение пьезопроводности χ и рассчитывается средняя гидропроводность $\langle \epsilon \rangle$ в межскважинном интервале

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{q_n}{2\pi P_{rn} X_{cn}} \left[\frac{Ker_0^2 X_n + Kei_0^2 X_n}{Ker_1^2 X_{cn} + Kei_1^2 X_{cn}} \right]^{1/2}. \quad (6)$$

Здесь $Ker X_{cn}$, $Ker_1 X_{cn}$, $Kei X_{cn}$, $Kei_1 X_{cn}$ – функции Кельвина 0-го и 1-го порядков, n – номер гармоник; ω_n – круговая частота; r_c – приведенный радиус скважины; r – расстояние между скважинами.

Так выглядит расчет фильтрационных параметров пласта в идеализированном случае постоянной проницаемости, не зависящей от давления. Однако на практике часто приходится иметь дело с нелинейными системами, где нелинейность, прежде всего, определяется зависимостью проницаемости от давления. Для случая системы с цилиндрической симметрией (вертикальной

скважины) теперь необходимо решить нелинейное уравнение пьезопроводности вида

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\chi(k(p)) r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (7)$$

а для модели фильтрации в трещиновато-пористых пластах можно записать уравнение пьезопроводности в модели Г. И. Баренблатта [5] в виде нелинейного соотношения

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\chi(k(p)) r \frac{\partial}{\partial r} \left(P + \tau_2 \frac{\partial P}{\partial t} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(P + \tau' \frac{\partial P}{\partial t} \right), \quad (8)$$

здесь τ' , τ_2 – постоянные размерности времени, характеризующие насыщенную пористую среду.

При этом для задания нелинейности часто используется модель типа экспоненциальной зависимости проницаемости от давления вида

$$k(p) = k_0 \left[\exp(\alpha(p - p_0)) \right]. \quad (9)$$

Изменение проницаемости при смыкании трещин можно описывать выражением вида

$$k(p) = k_0 \frac{1}{2} \left[1 + \tanh(\beta(p - p_0)) \right]. \quad (10)$$

Эти зависимости (9) и (10) использованы далее в данной работе при проведении вычислительных экспериментов. Почему вычислительный эксперимент? Несмотря на значительный прогресс в области поиска точных решений уравнений математической физики, подобрать для рассматриваемой задачи соответствующее решение с учетом граничных условий оказывается невозможным.

Для проведения численного моделирования были выписаны конечно-разностные аналоги уравнений и граничных условий рассматриваемой задачи на основе интегро-интерполяционного метода. Расчет давления производился по неявной четырехточечной схеме для случая классического упругого режима и по пятиточечной – для трещиновато-пористого коллектора. Используемые численные схемы абсолютно устойчивы. Исследование сходимости численных схем проводилось на сгущающихся сетках как по пространственной координате, так и по временной (учитывая логарифмический характер распределения давления в пласте, необходимо предварительно провести замену радиальной переменной на безразмерную переменную $u = \ln(r/r_c)$, что позволит использовать равномерную сетку по новым переменным).

В качестве базового варианта для расчетов была использована модель однородного и изотропного пласта толщиной $h = 1$ м и проницаемостью $k_0 = 10^{-12}$ м², насыщенного однородной жидкостью с вязкостью $\mu = 1$ мПа с, радиус возмущающей скважины $r_c = 0,1$ м. Пласт разбурен одиночной скважиной, работающей с расходом $q(t)$ в виде периодически повторяющейся последовательности импульсов прямоугольной формы, что в скважинных условиях соответствует режиму отбор – простой. Начальное давление в пласте

задавалось одинаковым для всех экспериментов и было равно 10 МПа. В результате в пласте возникали периодические изменения давления, в том числе и на стенке возмущающей скважины. Точка наблюдения находится на расстоянии $r = 100$ м (примеры натурных экспериментов описаны, например, в [2]).

По результатам вычислительных экспериментов получены следующие результаты. Наличие нелинейности как вида (9), так и (10) приводит к снижению эффективной гидропроводности в околоскважинном пространстве (рис. 1). Здесь чем больше расход, тем больше падает давление, тем значительнее уменьшается проницаемость и, как следствие, гидропроводность и пьезопроводность в околоскважинном пространстве, причем не зависимо от периода колебаний расхода. Этот факт определенно может служить диагностическим признаком для определения степени нелинейности. При этом в дальней по отношению к возмущающей скважине зоне в условиях реализации метода волн давления изменения гидропроводности и пьезопроводности относительно малы в силу малости отклонения абсолютного значения давления от первоначального на больших расстояниях от возмущающей скважины.

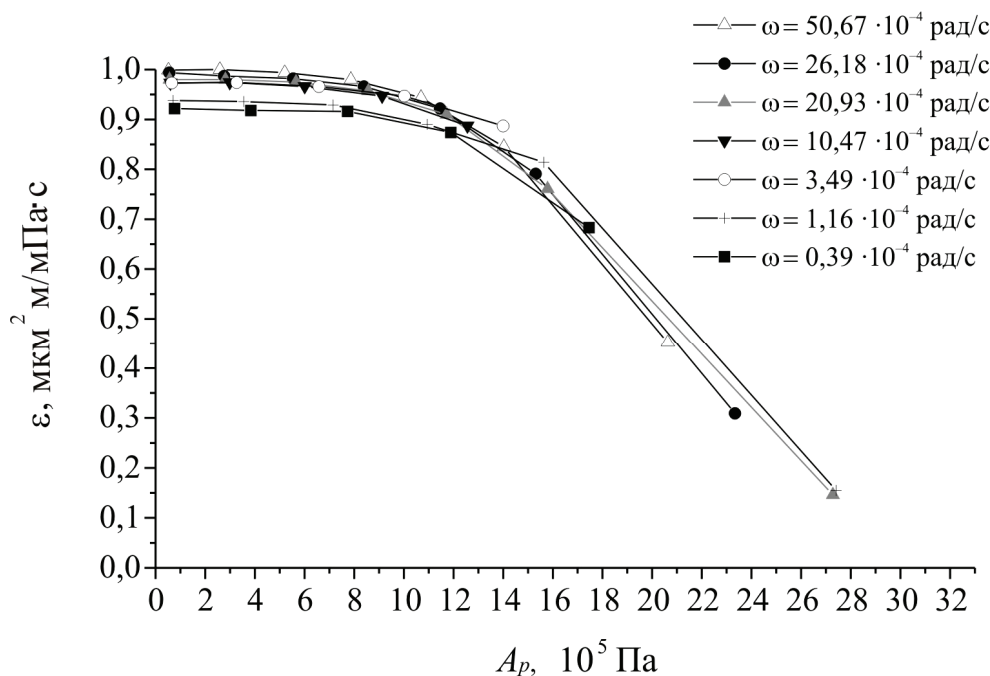


Рис. 1. Зависимость эффективной гидропроводности от амплитуды изменений давления на возмущающей скважине при различных частотах изменений расхода на ней

Другое проявление нелинейности, теперь уже в межскважинном пространстве, связано со значительным перераспределением энергии между гармониками сигнала и ростом вклада четных гармоник в суммарный сигнал, несмотря на то, что на возмущающей скважине они не генерируются в силу прямоугольной изначально формы первоначального сигнала по расходу.

Так, на рис. 2 показано изменение отношений амплитуд вторых и первых гармоник сигнала по давлению и четвертных и третьих гармоник по давлению при различных частотах волн давления. Мы видим, что с ростом час-

тоты наблюдается значительное увеличение вклада четных гармоник, причем независимо от значений амплитуды расхода на возмущающей скважине.

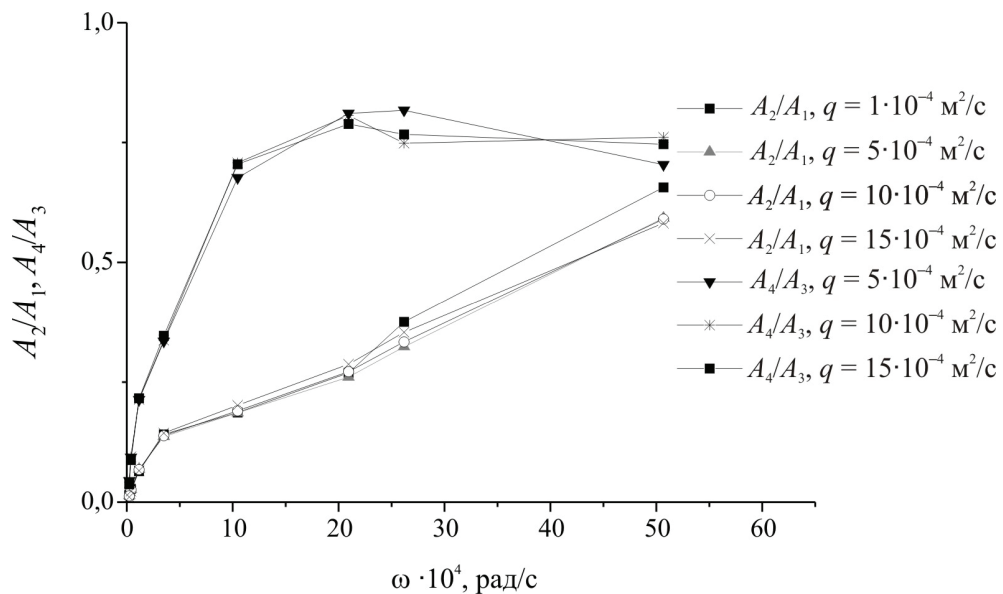


Рис. 2. Вклад четных гармоник по сравнению с ближайшими нечетными на принимающей скважине

Таким образом, результаты исследования пластов методом задания фильтрационных гармонических волн давления различной частоты и амплитуды могут быть использованы для определения степени нелинейности флюидонасыщенной пористой среды по отношению к зависимости ее проницаемости от давления жидкости.

Хотя данные задачи рассмотрены в приложении к процессу фильтрации, что связано с интересами авторов в области прикладных разработок, полученные результаты, очевидно, могут быть интересны и при исследованиях процессов диффузии и кондуктивной теплопередачи, аналогичных фильтрации жидкости.

Список литературы

1. Бузинов, С. Н. Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов / С. Н. Бузинов, И. Д. Умрихин. – М. : Недра, 1984. – 265 с.
2. Молокович, Ю. М. Релаксационная фильтрация / Ю. М. Молокович, Н. Н. Непримеров, В. И. Пикуза, А. В. Штанин. – Казань : Изд-во Казанского университета, 1980. – 136 с.
3. Дняшев, Р. Н. Фильтрация жидкости в деформируемых нефтяных пластах / Р. Н. Дняшев, А. В. Костерин, Э. В. Сковцов. – Казань : Изд-во Казанского математического общества, 1999. – 238 с.
4. Щелкачев, В. Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации / В. Н. Щелкачев. – М. : Нефть и газ, 1995. – Ч. 1. – 586 с. ; Ч. 2. – 493 с.
5. Баренблатт, Г. И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г. И. Баренблатт, В. М. Ентов, В. М. Рыжик. – М. : Недра, 1984. – 211 с.

Овчинников Марат Николаевич

доктор физико-математических наук,
доцент, кафедра радиоэлектроники,
Казанский государственный университет

E-mail: Marat.Ovchinnikov@ksu.ru

Ovchinnikov Marat Nikolaevich

Doctor of physico-mathematical sciences,
associate professor, sub-department
of radio electronics, Kazan State University

Куштанова Галия Гатинишна

доктор физико-математических наук,
доцент, кафедра радиоэлектроники,
Казанский государственный университет

E-mail: Galya.Kushtanova@ksu.ru

Kushtanova Galiya Gatinishna

Doctor of physico-mathematical sciences,
associate professor, sub-department
of radio electronics, Kazan state University

УДК 532.546

Овчинников, М. Н.

Спектральные особенности фильтрационных волн давления в нелинейных средах / М. Н. Овчинников, Г. Г. Куштанова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2010. – № 1 (13). – С. 130–135.